確率分布(累積)
確率密度関数

佐賀大学　新井康平

1

組み合わせ数

- Combin(総数、抽出数)
- 組み合わせのすべての表示=B$1&"　"&$A2

	a	b	c
1	a　1	b　1	c　1
2	a　2	b　2	c　2
3	a　3	b　3	c　3

- &の意味：A列に個数の数字のみが入っていて、それを1個、2個というように個数を加えたい場合は「=A1&”個”」「=A2&”個”」のように入力

2

ベルヌーイの試行→二項分布

- 「コインを投げたときに表が出るか裏が出るか」のように、何かを行ったときに起こる結果が2つしかない試行

$$P(X=1)=p$$

$$P(X=0)=1-p$$

- n回のベルヌーイ試行を行うときにちょうどk回成功する確率、すなわちとなる確率は次の式から計算

$$P(X=k)={}_n\mathrm{C}_k p^k(1-p)^{n-k} \quad (k=0,1,2,\cdots,n)$$

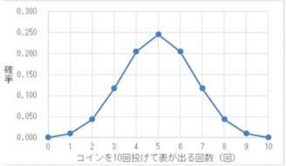
- 例えば、コインを10回投げて表が3回出る確率は、表が出る確率が1/2であることから、次のように計算

$$P(X=3)={}_{10}\mathrm{C}_3\times 0.5^3\times(1-0.5)^{10-3}=0.117$$

3

二項分布

- コインを10回投げて表が出る回数の確率

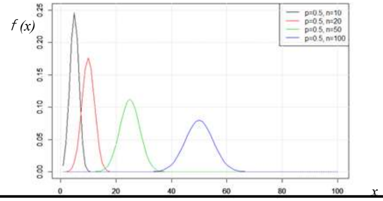


表の出る回数	確率
0	0.001
1	0.010
2	0.044
3	0.117
4	0.205
5	0.246
6	0.205
7	0.117
8	0.044
9	0.010
10	0.001

4

二項分布

- コインを投げる回数（＝試行回数）を20、50、100回と増やした場合、コインの表が出る回数の確率のグラフ



5

二項分布の期待値と分散

- 例えばコインを10回投げる時、表が出る回数の期待値と分散を求めてみます。コインを何回か投げたときに表が出る回数は二項分布に従います。試行回数は、表が出る確率はであることから、次のように計算

$E(X)=np$　　$E(X)=10\times 0.5=5$

$V(X)=np(1-p)$　　$V(X)=10\times 0.5\times(1-0.5)=2.5$

6

例題

- お菓子には当たりくじがついており、1,000個中120個の確率で当たりがついているということが分かっています。このお菓子の中からランダムに10個購入したとき、10個の中に当たりが0個、1個、2個含まれる確率はそれぞれいくらでしょうか。また、当たりの個数の期待値と分散はいくら
- 購入するお菓子は10個なので試行回数となります。1,000個中120個の確率で当たりが含まれているということが分かっている

7

当たりが出る期待値と分散

- 当たりが出る個数の期待値は
- $E(X)=np$ を用いて、

$E(X)=10\times 0.12=1.2$

個と算出されます。したがって、このお菓子は10個買えば1個は当たりが出ることが期待できます。

- 当たりが出る個数の分散は

$V(X)=np(1-p)$を用いて、

$V(X)=10\times 0.12\times(1-0.12)=1.056$

となります

$$P(X=k)={}_n\mathrm{C}_k p^k(1-p)^{n-k} \quad (k=0,1,2,\cdots,n)$$

$$P(X=0)={}_{10}\mathrm{C}_0\times 0.12^0\times(1-0.12)^{10-0}=0.279$$

$$P(X=1)={}_{10}\mathrm{C}_1\times 0.12^1\times(1-0.12)^{10-1}=0.380$$

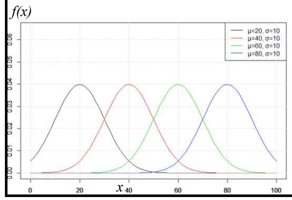
$$P(X=2)={}_{10}\mathrm{C}_2\times 0.12^2\times(1-0.12)^{10-2}=0.233$$

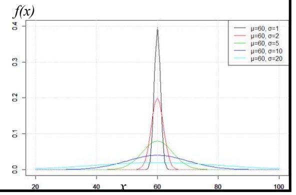
1.0276→0.1724~2.2276

8

正規分布　$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\quad(-\infty<x<\infty)$

- 正規分布に従う確率変数の確率密度関数
- 二項分布において試行回数を無限大

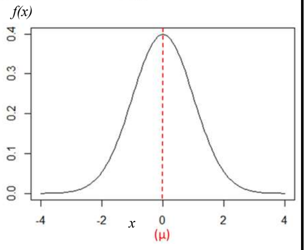




9

標準正規分布 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\times 1}e^{-\frac{(x-0)^2}{2\times 1^2}}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (-\infty<x<\infty)$

- 「平均=0、分散=1」である正規分布を「標準正規分布」



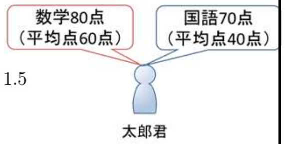
10

例題

- あるクラスの数学と国語のテストの結果は次の通りでした。
- 数学　平均点：60点　標準偏差：15点
- 国語　平均点：40点　標準偏差：20点
- 順位がより上なのはどちらの教科

$$z_{math}=\frac{X-\mu}{\sigma}=\frac{80-60}{15}=1.3$$

$$z_{japanese}=\frac{X-\mu}{\sigma}=\frac{70-40}{20}=1.5$$



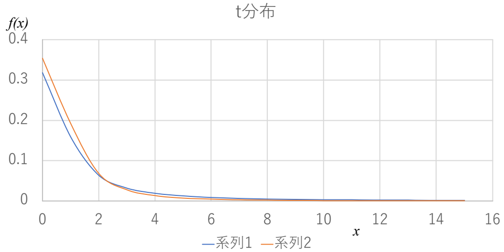
11

偏差値

- 偏差値は「平均が50点、標準偏差が10点」となるように、標準化した値に10をかけて50を足したものです。
- 数学の偏差値：50+10x1.3=63
- 国語の偏差値：50+10x1.5=65

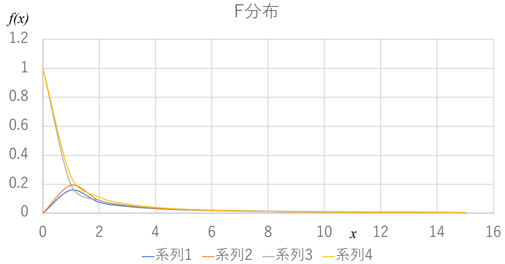
12

t分布



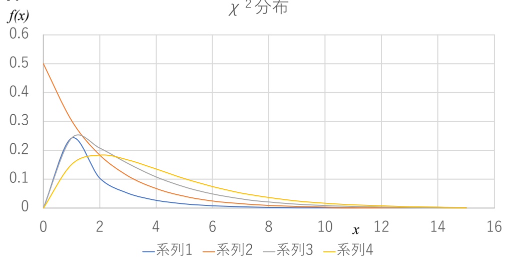
13

F分布



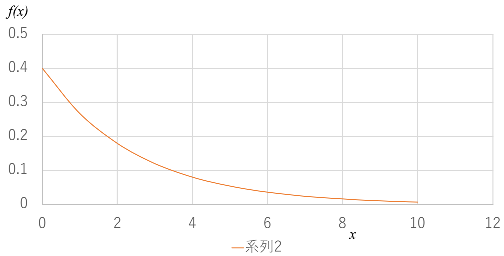
14

χ^2分布



15

指数分布：$f(x)=exp(-0.4x)$



16